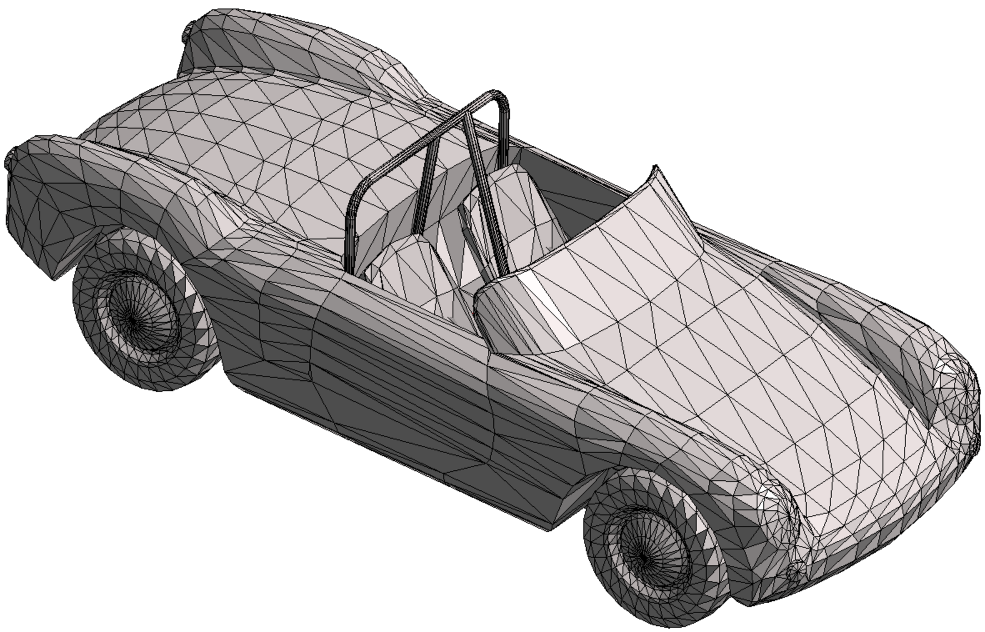
Chapitre 3- Maillages



Ce cours est une **compilation** :
- Cours de Loïc Barthe, Modélisation géométrique (IRIT-UPS Toulouse; Equipe Vortex)

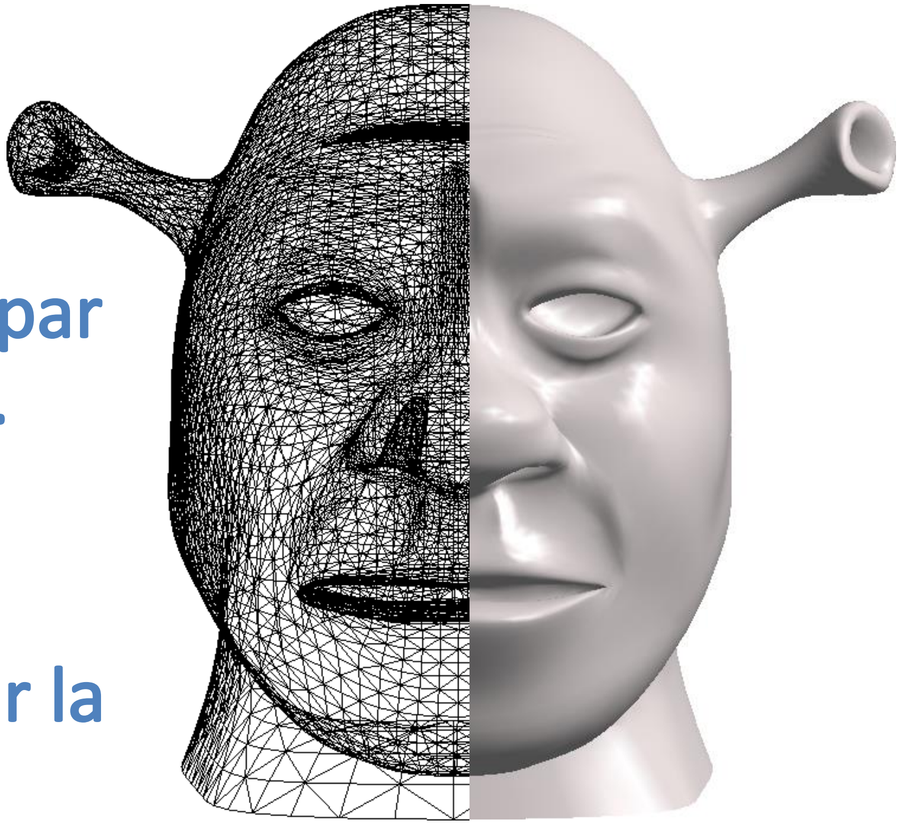
- Cours de Nicolas Roussel, Inria, Lille
- Cours Sylvain Brandel, Liris
- Cours G. Gesquière
- Cours de R. Bénière, C4W

Plan

- Introduction
- Propriétés de base
- Structures de données
- Conclusion

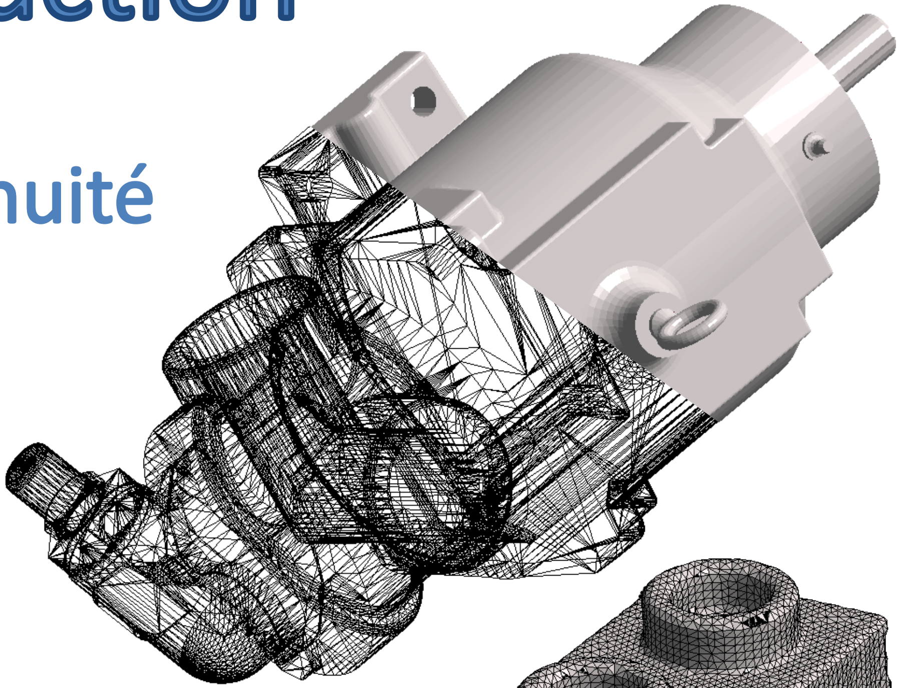
Introduction

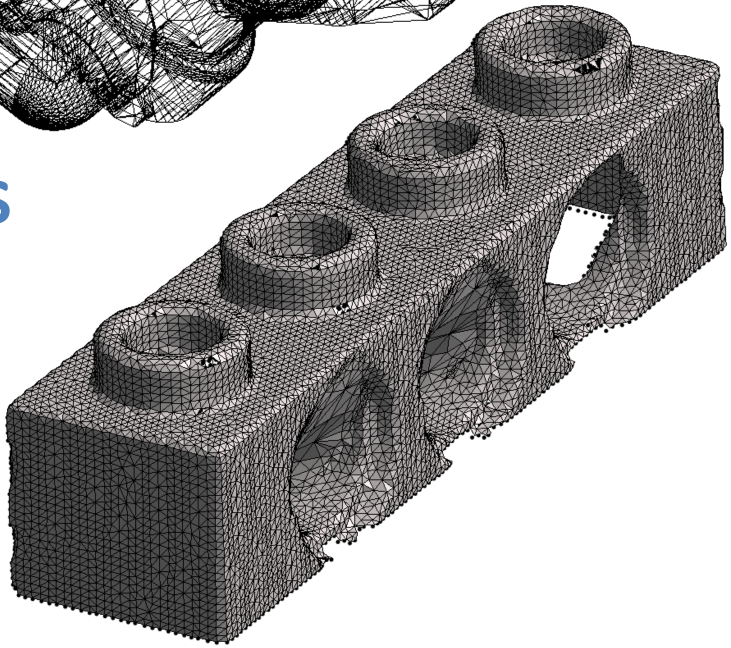
- Une structure standard d'affichage de scènes complexes 3D.
- Représentation de la face par un ensemble de polygone.
- Souvent des triangles (simplexe pour une face).
- Visualisation optimisée par la majorité des cartes graphiques.



Introduction

- Continuité C^0 (discontinuité aux arêtes)
- Informations sur la géométrie et sur la topologie de la surface
- Les équations géométriques des surfaces ne sont pas toujours disponibles (scans).

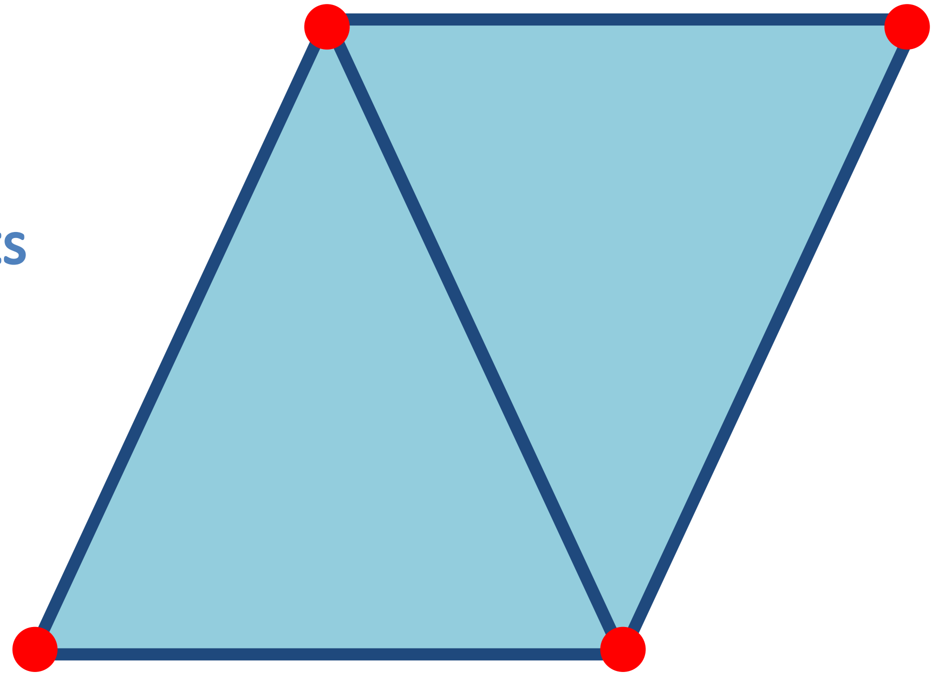




Propriétés : vocabulaire

- Entités d'un maillage :
  - sommets (x, y, z)
  - arêtes :
    - définies par 2 sommets
  - faces :
    - définis par n sommets

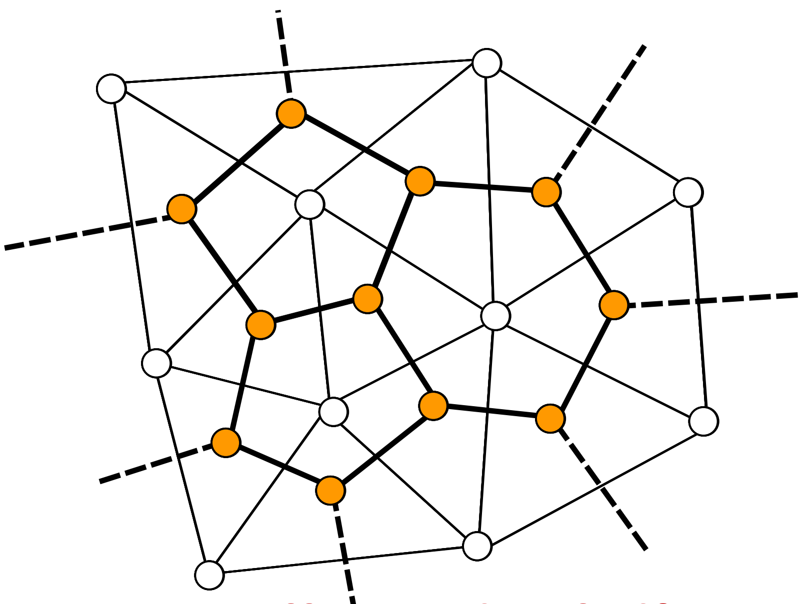
      ou
    - définis par n arêtes
    - en général des triangles (n = 3)



Propriétés : dualité

- Maillage dual :
  - chaque face est remplacée par un sommet ➡ barycentre de la face,
  - une arête du dual relie deux sommets si les faces correspondantes sont voisines dans le maillage d'origine,
  - les points sont remplacés par des faces,

    ➡ les objets de dimension k du maillage originale sont remplacés par des objets de dimension (2-k) dans le dual.

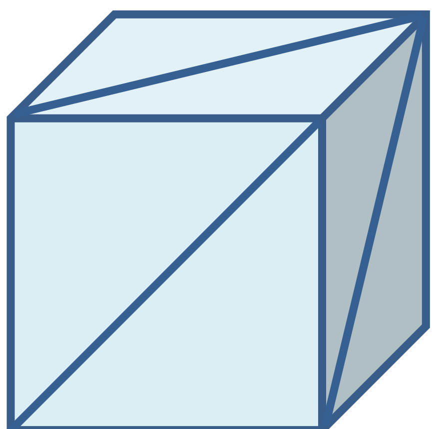


Le maillage dual d'un maillage dual est égal au maillage original si celui-ci est fermé.

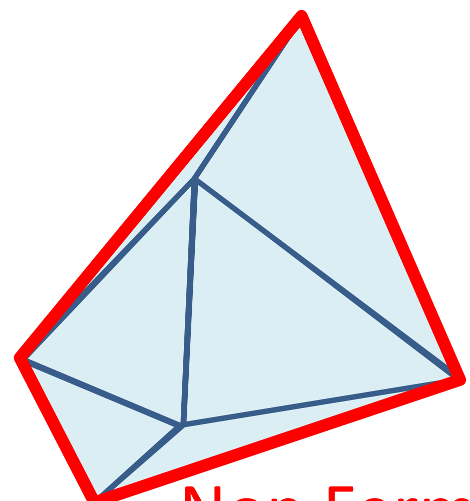
0-simplexe : point; 1-simplexe : Segment; 2-simplexe : surface

Propriétés : fermeture

- **Un maillage est dit fermé si :**
  - il n’a pas de bord,
  - ➡ toutes les arêtes du maillage sont au moins partagées par deux triangles



Fermé



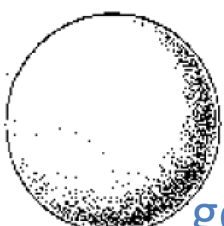
Non Fermé

Propriétés : formule d’Euler

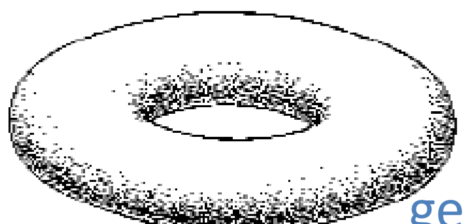
- La formule fait le lien entre le nombre d’entité de chaque groupe dans un maillage:

$$\boxed{S - A + F = 2C - 2G + T}$$

  - S : nombre de sommets
  - A : nombre d’arêtes
  - F : nombre de faces
  - C : nombre de composantes connexes
  - G : genre du maillage : nombre de « trous fermés »



genre 0



genre 1

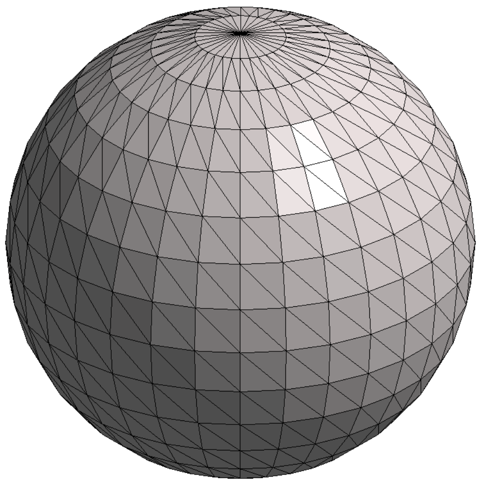
genre 2

  - T : nombre de trou

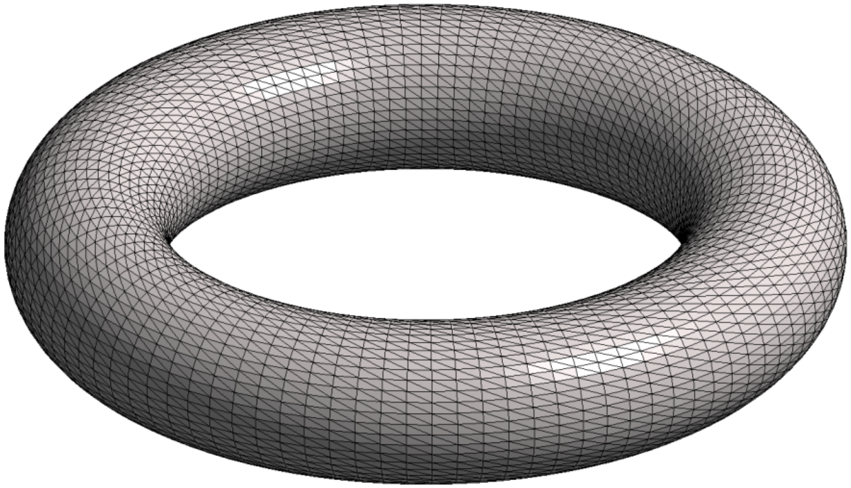
Propriétés : formule d'Euler

Exemples formule d'Euler : $S - A + F = 2C - 2G + T$

- Sphère :
  - $C = 1$, $T = 0$ et $G = 0$
  - $S - A + F = 2$



- Tore :
  - $C = 1$, $T = 0$ et $G = 1$
  - $S - A + F = 0$



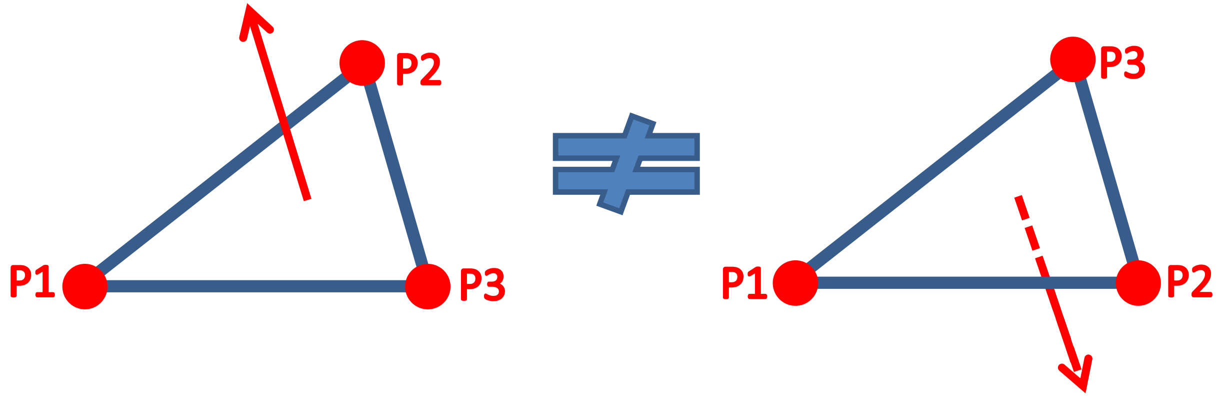
Propriétés : formule d'Euler

Exemples formule d'Euler : $S - A + F = 2C - 2G + T$

- $C = 1$, $T=0$ et $G = 0$
- $S - A + F = 2$
- Tétraèdre : $4 - 6 + 4 = 2$
- Hexaèdre : $8 - 12 + 6 = 2$
- Octaèdre : $6 - 12 + 8 = 2$
- Dodécaèdre régulier : $20 - 30 + 12 = 2$
- Icosaèdre : $12 - 30 + 20 = 2$

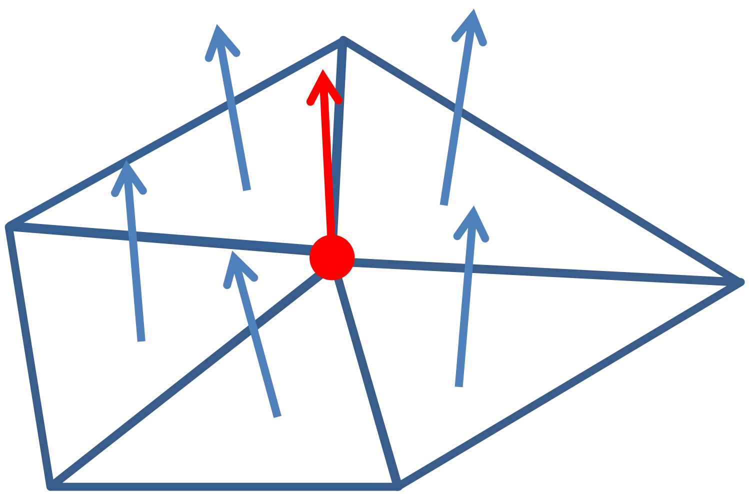
Propriétés : normales

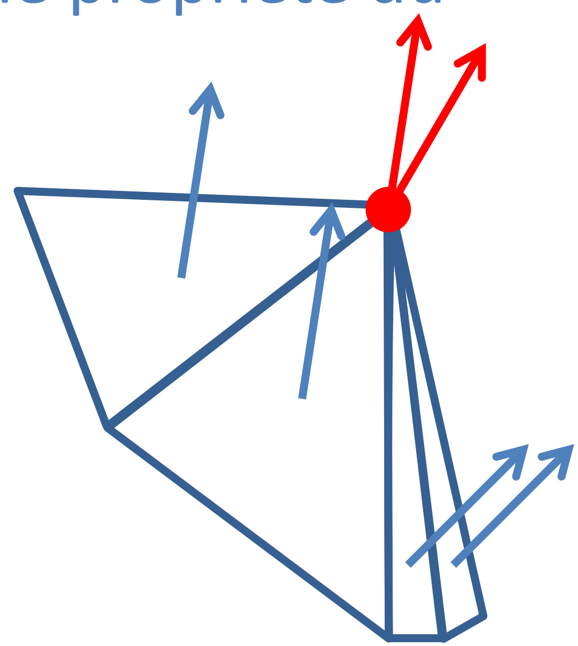
- **On peut définir une normale par face :**
  - elle permet de définir l'orientation de la face
  - elle est égale au produit vectoriel des deux premières arêtes
  - l'ordre des sommets dans une face est donc important
  - elle est utilisée pour définir l'extérieur ou l'intérieur ou pour l'éclairage à l'affichage.



Propriétés : normales

- **On peut définir une normale par sommet :**
  - à partir des normales aux faces,
  - normale au sommet = moyenne des normales des faces contenant de sommets,
  - mieux si on pondère par une propriété du triangle (ex : aire).



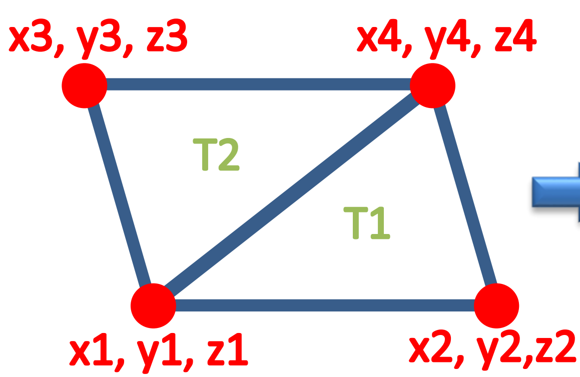


Structure de données

- **Ce qu'il y a à stocker :**
  - les entités : sommets, arêtes, faces;
  - les normales (par sommet ou face);
  - les couleurs (par sommet ou face), ou les textures …
  - …
- **Pour stocker un maillage il faut choisir entre :**
  - minimiser la taille mémoire,
    - répéter le moins possible les coordonnées des points, …
  - faciliter le parcours dans le maillage,
    - pour passer d'un sommet à l'autre, …
  - permettre d'extraire les informations de topologie.
    - pour connaitre les sommets liés à un autre sommet , les arêtes liées à un sommet, …

Structure de données

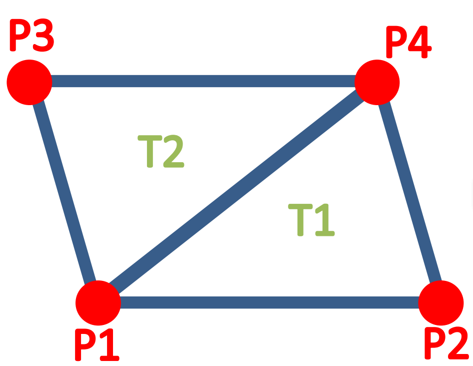
- Approche naïve : ➡ **Prend beaucoup de place**
  - ➢ maillage représenté par un unique tableau de sommet ➡ maillage *non indexé*,
  - ➢ les coordonnées des sommets sont répétées autant de fois qu'ils y a de faces qui les contiennent.



$$\text{tabSommets} = \{ \overbrace{x1,y1,z1,x2,y2,z2,x4,y4,z4,}^{T1} \underbrace{x1,y1,z1,x3,y3,z3,x4,y4,z4}_{T2} \}$$

Structure de données

- **Approche classique :** **Pas pratique pour la topologie**
  - maillage représenté par un ensemble de tableau : un pour les sommets, un pour les faces, un pour les couleurs … maillage *indexé,*
  - les coordonnées des sommets ne sont plus répétées.



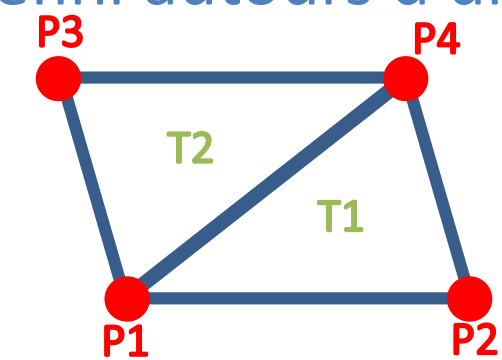
tabSommets = $\{ \overbrace{x1,y1,z1}^{P1},\overbrace{x2,y2,z2}^{P2},\overbrace{x3,y3,z3}^{P3},\overbrace{x4,y4,z4}^{P4} \}$

tabTriangles = $\{ \underbrace{1, 2, 4}_{T1} , \underbrace{1 , 3, 4}_{T2} \}$

tabColors = $\{ \underbrace{r1,g1,b1}_{\text{Couleur P1}},r2,g2,b2,r3,g3,zb3,r4,g4,b4 \}$

Structure de données

- Approche *Strip* ou *Fan*: ➡ **Pas adapté à tous les maillages et prob topologie**
  - STRIP : maillage représenté par une bande,
  - FAN : maillage défini autours d’un premier sommet.



STRIP

tabSommets = { x1,y1,z1,x2,y2,z2,
x3,y3,z3,x4,y4,z4 }

T2
tabTriangles = { 3, 1, 4 , 2 }
T1

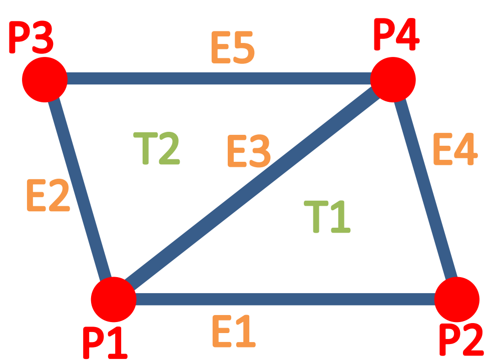
FAN

tabSommets = { x1,y1,z1,x2,y2,z2,
x3,y3,z3,x4,y4,z4 }

T2
tabTriangles = { 4, 3, 1 , 2 }
T1

Structure de données

- Approche par arête : **Prend beaucoup de place mais topologie simple**
  - ➢ maillage représenté par
    - ○ des sommets définis par 3 coordonnées,
    - ○ des arêtes définies par 2 sommets et deux faces,
    - ○ des faces définies par 3 arêtes.



$\text{tabSommets} = \{ \underbrace{x1,y1,z1}_{P1} , x2,y2,z2 , x3,y3,z3 , x4,y4,z4 \}$

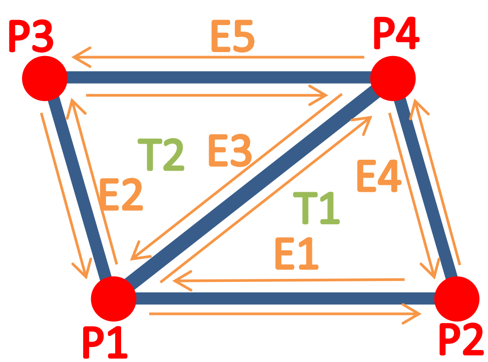
$\text{tabEdges} = \{ \underbrace{P1,P2,T1,Ø}_{E1} , P1,P3,T2,Ø , P1,P4,T1,T2, \ldots\}$

$\text{tabElements} = \{ \underbrace{E1,E3,E4}_{T1} , E2,E3,E5 \}$

Structure de données

- Approche par demi - arête :
  - une arête donne deux demi-arêtes définies par
    - la seconde demi-arête de l'arête,
    - l'arête suivante dans la face,
    - la face que borde l'arête
    - le sommet extrémité.

-prend de la place mais
-topologie/parcours simple
-suppression/ajout simple



$\text{tabSommets} = \{\underbrace{x1,y1,z1}_{P1}, x2,y2,z2 , x3,y3,z3 , x4,y4,z4 \}$

$\text{tabEdges} = \{\underbrace{E1',E3',T1,P1}_{E1}, \underbrace{E2',E5',T2,P3}_{E2} , E3',E2,T2,P1 , \ldots\}$

tabElement = {E1, E2}

Structure de données

- **Formats de fichier :**
  - Soit indexé
    - OFF
    - OBJ
  - Soit non indexé
    - STL

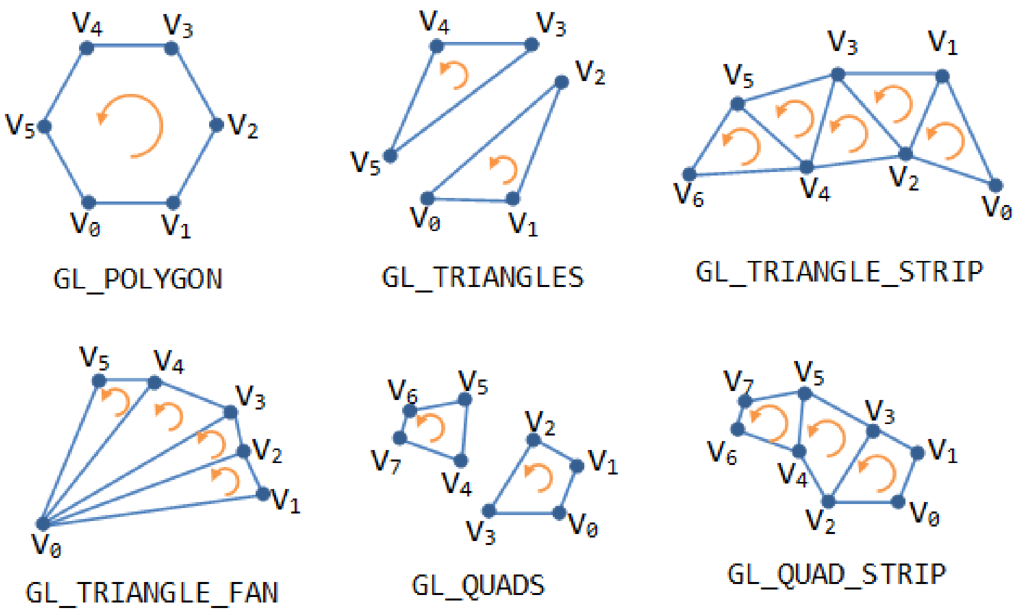
Visualisation OpenGL

- **Rendu optimisé par VA ou VBO :**
  - on ne donne plus la liste de sommets les uns après les autres, mais des tableaux.
  - **VA** = ``*Vertex Array*'', buffers stockés sur la RAM .
  - **VBO** = ``*Vertex Buffer Object*'' buffers stockés sur la carte graphique ➡ évite de renvoyer des données à la carte à chaque rafraichissement de la vue.

  ➡ les VBO ne sont pas supportés sur toutes les cartes graphiques

Visualisation OpenGL

- **Type de face :**
  - triangles : *GL_TRIANGLES*
  - quadrangles : *GL_QUADS*
  - polygones : *GL_POLYGON*
  - ...

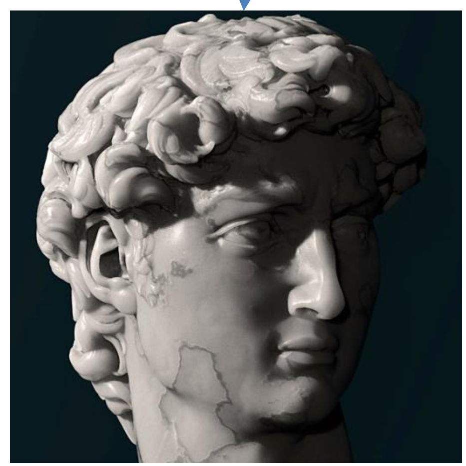


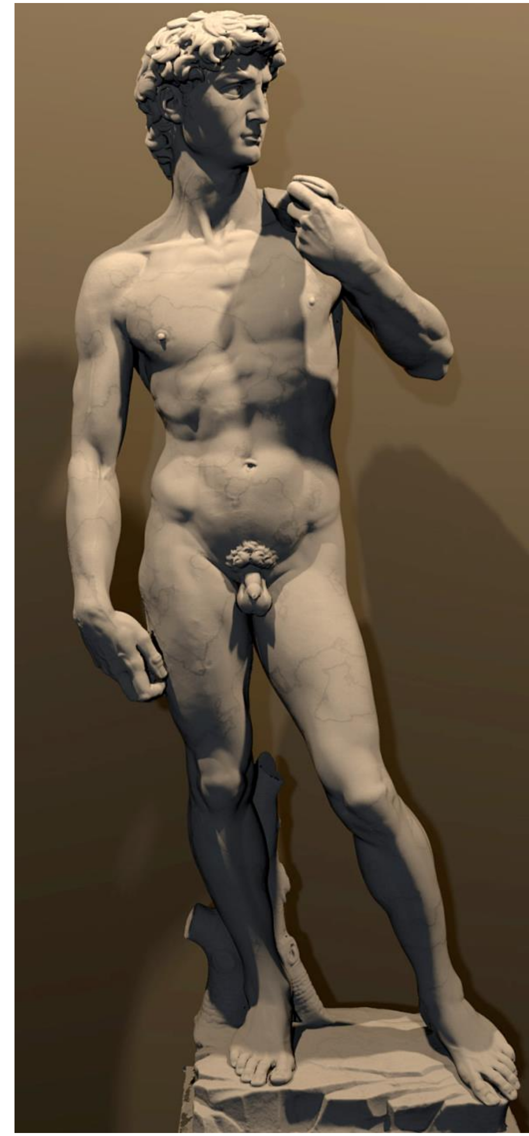
Conclusion

- **Représentation par maillage :**
  - un ensemble de sommets, d'arêtes et de faces,
  - plus les autres propriétés : normales, couleurs …
- **Plusieurs représentations possibles :**
  - les arêtes ou les faces ne sont pas forcément stockées de manière explicite,
  - selon la représentation les liaisons : sommets/faces, sommets/sommets, arêtes/faces … ne sont pas toujours les même,
  - il faut choisir entre taille en mémoire, parcours dans le maillage et extraction de la topologie.

13 millions de triangles
http://www.cs.unc.edu/~walk/models/

numérisation





2 milliards de polygones
http://graphics.stanford.edu/projects/mich/